



TITLE:

状態のフラクタル次元を用いた株 価変動の特徴付け (情報数理に関連 する応用函数解析の研究)

AUTHOR(S):

兒澤, 秀幸; 松岡, 隆志; 大矢, 雅則

CITATION:

兒澤, 秀幸 ...[et al]. 状態のフラクタル次元を用いた株価変動の特徴付け
(情報数理に関連する応用函数解析の研究). 数理解析研究所講究録
1999, 1100: 61-77

ISSUE DATE:

1999-06

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/63161>

RIGHT:

状態のフラクタル次元を用いた株価変動の特徴付け

東京理科大学理工学部情報科学科

兒澤 秀幸(Hideyuki Kozawa)

松岡 隆志(Takashi Matsuoka)

大矢 雅則(Masanori Ohya)

あらまし

我々は、資本市場の計量分析に、情報ファイナンスという考え方を導入し、その具体的な適用例として、状態のフラクタル次元という情報量 [9,10] を用いた株価変動解析を行っている [2,5,8]. 本稿では、経済現象が有する確率的特徴を、状態のフラクタル次元を用いて定量的に計測できることを利用し、情報量の変動という視点から、1990 年に始まるとされるバブル崩壊の特徴付け、およびそのバブル崩壊を含む株価変動にダイナミクスの変遷という解釈が可能であることを示す。

1. はじめに

従来のファイナンシャル理論において、基本となる概念のひとつに効率的市場仮説がある。これは市場を構成するプレーヤー(投資家など)が合理的であるという前提に基づき、基本要因に関する情報や過去の価格のデータなどの公開情報が全て瞬時かつ適切に市場に反映され均衡価格が形成されるというものである。よって、今日の価格の変化は予想できない今日のニュースにのみ依存し、過去の値に依存しない独立な変動とみなせる。そこには、市場の収益率の分布が近似的に正規かつ独立であるという前提が存在する。その一方で、収益率の時系列データから得られる確率分布の正規性、独立性に関して疑問を投げかける研究も数多く存在している [11]. これらの実証的な検証は、その累積分布に平均近くの高いピーク(High peak)と分布の裾のより多くの観測値(Fat tail)が存在することを示すものであり、株価変動は必ずしも正規分布に従う独立な確率過程であるとは限らないと主張する。

現在、我々は、こうした経済現象の解析に情報理論を適用する「情報ファイナンス」という考え方を導入し、状態のフラクタル次元という情報量を用いて、株価変動のランダムさについて定量的に解析を行っている [2,5,8].

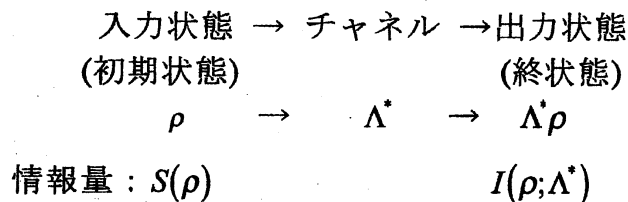
本稿は以下のように構成される。まず、2 節において、情報理論を経済現象の解析に適用する情報ファイナンスという試みについて説明し、3 節では状態のフラクタル次元の定式化を簡単に振り返り、本稿の解析で用いる状態の

フラクタル次元の評価式を与える。次に4節で、具体的な解析方法とその視点を示し、5節において、日本の市場動向を示すと考えられる日経 225 を用いて具体的な解析を行う。その結果、実際の株価変動にはある種の階層的な時系列相関が存在することが示される。さらに、その結果を踏まえてバブル崩壊という現象の特徴付け、およびそれを含む長期間にわたる株価の変動をダイナミクスの変遷という解釈で説明する。最後に、6節においてまとめを行う。

2. 情報ファイナンス

経済現象を数理的に解析していくということは、その経済現象に伴う不確定さ、複雑さを数理的に解析していくことと考えることもできる。この時、情報理論の観点からすれば、そうした経済現象に伴う複雑さは、エントロピーや相互エントロピーなどの情報量を用いて定量的に解析できると考えられる。すなわち、我々が提案する情報ファイナンス（あるいは、情報ファイナンス解析）とは、情報理論の基本概念であるいくつかの情報量を、様々な経済現象に付随する確率的特徴（不確定さ、複雑さ）を捉える指標として適用しようとする試みである。

最初に、情報理論の重要な基本概念図を以下に示してみよう。



ここで、 $S(\rho)$ は、入力状態 ρ のエントロピー、 $I(\rho; \Lambda^*)$ は、状態 ρ がチャンネル Λ^* を通して出力状態 $\Lambda^* \rho$ に変化した時、状態 ρ から状態 $\Lambda^* \rho$ に移された情報量、すなわち、状態 ρ のチャンネル Λ^* に関する相互エントロピーである。

この図式は、例えば、株価変動を考察の対象とする場合、次のように対応づけて考えることができる。すなわち、状態 ρ は、ある期間において、実際の株価データから得られる株価変動の頻度分布に対応し、チャンネル Λ^* は株式市場の外生的、内生的要因などを反映するような推移確率行列（すなわち、株価変動のダイナミクス）に対応する。この時、エントロピー $S(\rho)$ は、分布 ρ が得られた期間に於ける株価変動の情報量（不確定さ）であり、相互エントロピー $I(\rho; \Lambda^*)$ は、 $S(\rho)$ がダイナミクス Λ^* によって将来にどの程度伝達されるかを示す指標、あるいは、そのダイナミクス Λ^* に依存して、その時点における株価変

動が潜在的にもっている将来の株価変動の情報量ともみることができる。

ただし、チャンネル Λ （すなわち、株価変動のダイナミクス）を将来的に推定することは非常に難しく、また、現在の多くの数理ファイナンス理論においても、このチャンネルを如何に推定するかという問題が、その主たる議論ともいえる。

情報ファイナンスにおける一つの目標は、過去の価格データ等をもとにその情報量を解析することによって、価格変動の将来的なダイナミクス Λ を推定する理論を構築することである。その試みの一つが、本稿で示す状態のフラクタル次元を用いた株価変動解析である。

3. 状態のフラクタル次元の定式化

資本市場の解析に、カオス理論を適用しようとする試みは、すでに幾つか存在する[11]。そうした解析において、一つの指標として利用されているフラクタル次元(相関次元)は、Mandelbrotが創始したフラクタル幾何学[6]において導入された指標であり、幾何学図形の持つ複雑さを定量的に示し得る指標とみなせる。ただし、従来のフラクタル次元は、図形に自己相似という性質を付加しない限り厳密には計算することができない。すなわち、フラクタル次元を用いて現象を厳密に解析しようとする、その現象に対応した自己相似集合を用意することが必要となる。よって、自然の持つフラクタルという性質を幾何の範疇の中だけで取り扱うのではなく、より多くの理論の中で議論していくためには、その概念の適切な一般化が有用となる。この目的のために、著者の一人は A.N.Kolmogorov の確率変数の ε -エントロピー[4]を一般の量子力学系の状態に拡張することによって、Mandelbrot のフラクタル次元の概念を一般の状態空間上で定式化した[9, 10]。

今回の解析は、離散的な確率分布を対象とするので、離散的な確率空間上の状態のフラクタル次元の定式化を簡単に振り返る。まず、最初に幾何学図形のフラクタル次元の一つである容量次元 $d_C(X)$ を示しておく。

$$d_C(X) \equiv \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log(1/\varepsilon)} \quad (3.1)$$

ここで、 $N(\varepsilon)$ は、集合 X ($\subset R^d$) を直径 ε の凸集合で被覆するのに必要なその凸体の最小個数である。情報理論の観点からすれば、(3.1)式において、分子の $\log N(\varepsilon)$ は距離空間上の ε -エントロピー[4]と呼ばれる。確率空間上の状態のフラクタル次元は、確率分布に対する ε -エントロピーを定式化することによって与えられる。

n 個の事象からなる集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ と、その事象の生起する確率分布

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ ($\sum p_i = 1, p_i \geq 0$) の組 (X, P) を完全事象系と呼び、確率分布 P を状態と呼ぶ。いま、二つの完全事象形 (X, P) , (Y, Q) の複合事象系 $X \times Y$ の合成状態 (同時確立分布) Φ を $\Phi = \{r(i, j); 1 \leq i, j \leq n\}$ とする。ここで、それぞれの完全事象形を、入力空間 (X, P) 、出力空間 (Y, Q) と考え、状態が入力から出力へ変移するという視点に立てば、状態 P から状態 Q への推移確率行列 $(p(j|i))$ を用いて同時確率分布を表すことが可能である (i.e., $\Phi = \{r(i, j)\} = \{p(j|i)p_i\}$)。このとき、 $(p(j|i))$ は P を Q へ変換するチャネル Λ^* であり、初期状態 P とチャネル Λ^* に関する相互エントロピー $I(P; \Lambda^*)$ は、次で与えられる。

$$I(P; \Lambda^*) = \sum p(j|i) p_i \log \frac{p(j|i) \cdot p_i}{p_i \cdot q_j}$$

以下簡単のため、 $n = m < \infty$ として議論する。

このとき、状態 P の ε -エントロピー $S(P; \varepsilon)$ は、次で与えられる。

$$S(P; \varepsilon) \equiv \inf \{J(P; \Lambda^*); \|P - \Lambda^* P\| \leq \varepsilon\}$$

ただし、 $\|P - Q\| \equiv \sum_{i=1}^n |p_i - q_i|$ かつ、

$$J(P; \Lambda^*) = \sup \{I(P; \Gamma^*); \Gamma^* P = \Lambda^* P\}$$

この状態の ε -エントロピーを用いて古典離散系の状態のフラクタル次元が、以下のように定義される [10]。

$$(1) \text{ オーダー } \varepsilon \text{ の容量次元 ; } d_c(P; \varepsilon) \equiv \frac{S(P; \varepsilon)}{\log \frac{1}{\varepsilon}}$$

$$(2) \text{ オーダー } \varepsilon \text{ の情報次元 ; } d_i(P; \varepsilon) \equiv \frac{S(P; \varepsilon)}{S(P)}$$

ただし、 $S(P)$ は状態 P のエントロピー。 (i.e. $S(P) = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i$)。

さて、いま、チャネル Λ^* に対応する推移確率行列 $(p(j|i))$ を、

$$\|P - \Lambda^* P\| = \|P - Q\| = \sum_{i=1}^n |p_i - q_i| = \varepsilon \text{ のとき,}$$

$$\sum_{i=1}^n p(j|i)p_i = \begin{cases} q_k = p_k + \frac{\varepsilon}{2} (1 \leq k \leq n) \\ q_j = p_j - \varepsilon_j (j \neq k) \end{cases} \quad (3.2)$$

$$(\sum_{j \neq k} \varepsilon_j = \varepsilon, \quad 0 \leq \varepsilon_j \leq \varepsilon/2)$$

と与えられるものを考える.

<定理 3.1> [3,7] チャネル Λ^* を式(3.2)で与えられるチャネルの集合に限れば,

$$S(P; \varepsilon) = S(P) - \left(p_{\max} + \frac{\varepsilon}{2} \right) \log \left(p_{\max} + \frac{\varepsilon}{2} \right) + p_{\max} \log p_{\max} + \frac{\varepsilon}{2} \log \frac{\varepsilon}{2(n-1)} \quad (3.3)$$

ここで, $p_{\max} = \max\{p_1, \dots, p_n\}$.

今回の解析では, 式(3.3)で与えられる ε -エントロピーの評価式を用いて, 収益率のフラクタル次元としてオーダー ε の情報次元を計算する.

4. 解析方法

本稿では, 1983年1月から1995年12月までの期間における日経225の株価系列から対数収益率分布を求めて, 情報次元を計算し解析を行う.

日次の対数収益率は当日の株価(終値)と前日の株価(終値)を用いて, 次の式で与えられる.

$$\text{日次対数収益率} = \log \frac{P_t}{P_{t-1}}$$

(ここで, P_t は日時 t における株価.)

従来の統計的解析方法においては, 分布そのものの特徴は, その平均や分散, あるいは尖度, 歪度などの統計量を計算し, 仮説検定を行うことによって実際に得られる分布がどういう母集団に含まれているかを判定するが, 本稿では, 以下の二つの視点から分布を特定し解析を行った.

- (1) 分布を特定する期間(標本数)の変化に伴う, 情報量(情報次元)の推移を調べる. この解析の一つの目的は, 分布がある程度平均化されるにはどのくらいの標本数を基準とすればよいかを調べることである. 以下, 頻度分布を特定する期間を1年間(1983年1月~1984年1月), 2年間(1983年1月~1985年1月), ..., 13年間(1983年1月~1995年1月)と順次増やしていき, それぞれの分布を特定し, その情報次元の計算を行う.
- (2) 対数収益率の計測期間を変化させ, 分布の持つ情報量(情報次元)の推移を調べる. 市場の価格変動が独立な正規分布に従う確率過程ならば, 収益率を特定する際に当日と比較する過去の株価の値を, 前日, 5日前, 10日前と変化させたとしても, 得られる分布は全て近似的に同じ特徴を持つと

みなされるはずである。しかしながら、実際に得られる分布には、その計測期間ごとに何らかの違いが存在しているように思われる。そこで、対数収益率を求める際に、その比較する過去の株価との計測期間を前日（日次）、5 日前（週次）、10 日前、15 日前、20 日前（月次）、40 日前と変化させて、それぞれの分布を特定し解析を行う。ここで、これらの収益率は日次の株価の終値の値をベースとして、市場が開かれている全ての曜日に対して求められる。ただし、市場が開かれない土、日は対象から省く。つまり、月曜日の日次の収益率を求めるときは、先週の金曜日の株価と比較する。さて、通常例えば、月次の収益率は、月最後の営業日の価格と先月最終日の価格によってその月の収益率はただ一つ特定されるが、市場が開かれた全ての曜日においてそれぞれの収益率を求めることで、上記 6 種類の収益率の標本数はほぼ同数となる。

本稿では、上の二つの視点から得られた分布に対して、式(3.3)で与えられる ε - エントロピーの評価式を用い、オーダー $\varepsilon = 0.000229$ の情報次元を計算した。これは、今回の解析では、我々が得た全ての収益率分布において、<定理 3.2> の条件 $\varepsilon \leq \min\{p_i\}$ を満たす ε の値の最大値が、 $\varepsilon = 0.000229$ であったからで、以下で示される情報次元の値は、全てオーダーが $\varepsilon = 0.000229$ の情報次元の値である。

5. 株価変動解析

5.1 系列相関の存在

始めに、正規分布に従う独立な乱数を用いて、その頻度分布に対する情報次元の計算結果と実際の市場の株価から得られた分布との違いを示す。図 5.1 は乱数を用いたシュミレーションを 100 回行い、その結果求められた情報次元の 100 回の平均を取ったグラフである。ここで、シュミレーションにおいては、260 個のデータを発生させた段階で、それを 1 年間の頻度分布として、以下、その整数倍の標本数の分布を取って、13 年間にわたる累積分布の情報次元の変化を計算した。これは、実際の株価系列から得られた分布は、1 年分に相当する標本数がほぼ 260 個前後であったからである。

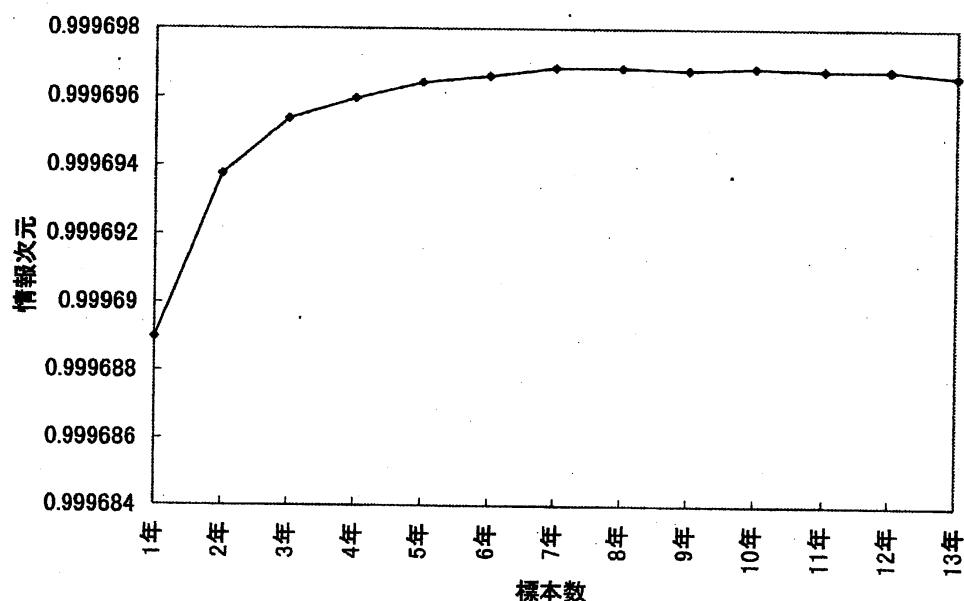


図 5.1 正規分布に従う独立なシュミレーションデータの情報次元の変化

図 5.1 から、情報次元は標本数の増加に伴い、単調に増加していることが確認できるが、これは、中心極限定理に従えば、非常に自然な結果といえる。すなわち、分布を特定する期間を長くしていくこと(標本数の増加)によって、しだいに分布の偏りがならされて平均化される。そのため、分布の持つ不確定さは増加し、情報量のひとつとみなされる情報次元の値も増加する。さらに、情報次元の値が 5,6 年目以降一定値に収束しているように見られるのは、5,6 年(1300~1560 個)分の標本数によって形成される累積分布は、平均 0, 分散 1 の正規分布と近似的に等しい特徴を示しており、その後標本数を増やしたとしても、すでに正規分布と同様の特徴を示しているため、情報次元の値はほとんど変化していないと考えることができる。

すなわち、中心極限定理にしたがって、標本数の増加に伴い頻度分布が正規分布に収束していく様子が、情報次元の変化によって示されているのである。よって、実際の株価系列(日経 225 の系列)もまた独立な系列であれば、日経 225 から得られる収益率分布に対しても、その標本数を増加させた時に情報次元は同様の変化をするはずである。

図 5.2 は日経 225 の変動から得られた月次の収益率分布に対する情報次元の変化と図 5.1 におけるシュミレーションの結果を比較したものである。ここでは、変化の比較をより見やすくするために、1 年間から 13 年間までの情報次元の平均値を求め、各年度からの差としてグラフを表している。

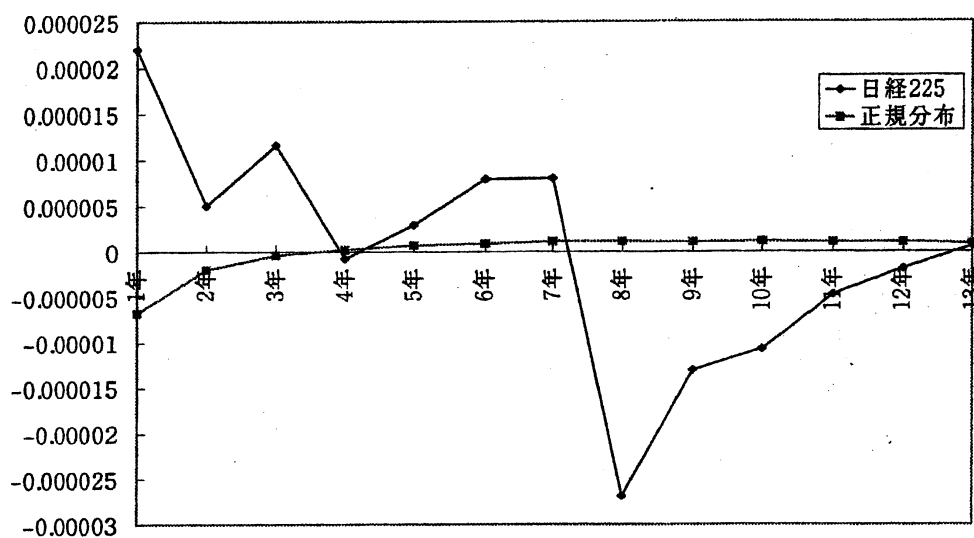


図 5.2 日経 225 および正規乱数の標本数増加に伴う情報次元の推移

図 5.2 をみる限り両者の変化の仕方は全く異なる挙動をしている。標本数増加に伴い情報次元は増加の傾向を辿るのではなく、増加したり減少したりと大きく揺らいでいることがわかる。このことから、日経 225 の系列を、同一の正規分布に伴う独立な確率過程とみなすことは、難しいように思える。そこで、さらに、その非独立性を確認するために、次のようなスクランブルテストを行った。価格の観測値の順序を実際に生じた時系列の順序とは全く異なるように価格の順番をランダムに混ぜ合わせ、そのランダムな系列から月次の収益率分布を特定し、情報次元を計算した。図 5.3 はその結果と正規乱数との比較をしたものである。このグラフも図 5.2 と同様の示し方をしている。

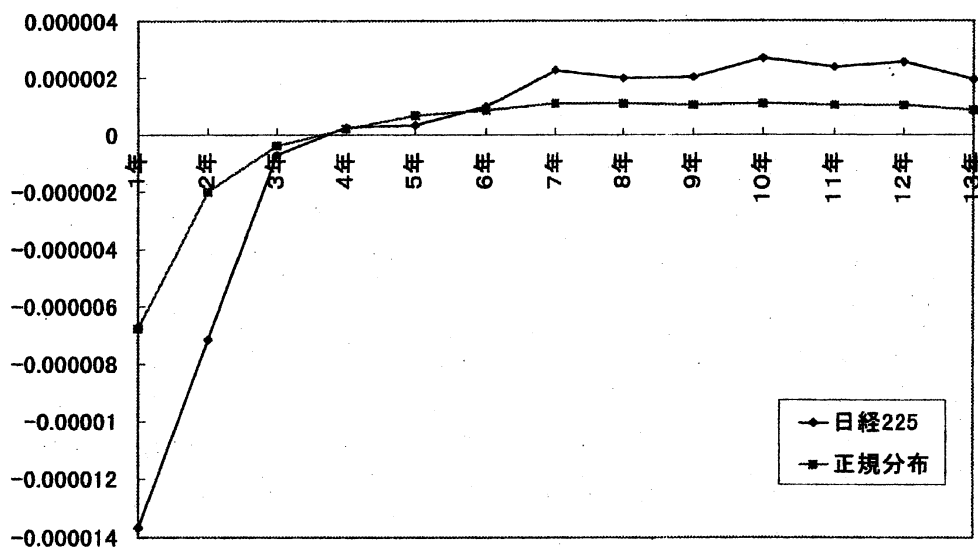


図 5.3 スクランブル後の日経 225 の情報次元の推移

図 5.3 を見ると、スクランブル後の価格系列の情報次元の挙動は、正規分布に沿う傾向が確認できる。このことは以下のように考えれば、説明可能である。すなわち、実際の株価の時系列にはなんらかの系列相関が存在するが、価格系列をスクランブルすると、その系列相関が破壊されて独立な系列に変化し、よって、図 5.3 のように正規分布に従う独立な系列と同様の特徴を持つようになると考えられる。

以上、実際の価格変動は過去の株価との何らかの因果関係に依存しているということであり、その時系列相関の存在を確認することができる[8]。

5.2 価格変化の階層構造

系列相関の存在を前提とすれば、情報量の一つである情報次元の値の意味は次のように考えることができる。まず、情報次元が高い値を取るときは、分布の持つ不確定さが大きく、それゆえ、その系列はランダムに近い状態で変動している。言い換えるならば、系はより平衡(安定)な状態にあると考えることができる。逆に情報次元が低い値を取るときには、分布の持つ不確定さが小さく、それはトレンドの存在を意味し、よって系列には何らかの相関が存在していると考えることができる。

このような評価を前提にすれば、計測期間の違いに伴う情報次元の変化を次のように説明出来る。

図 5.4 は計測期間の変化に伴う情報次元の変化を示したものである。ここで、示されている情報次元の値は、年度特定期間を 6 年間から 13 年間まで変化させたときの平均値である。

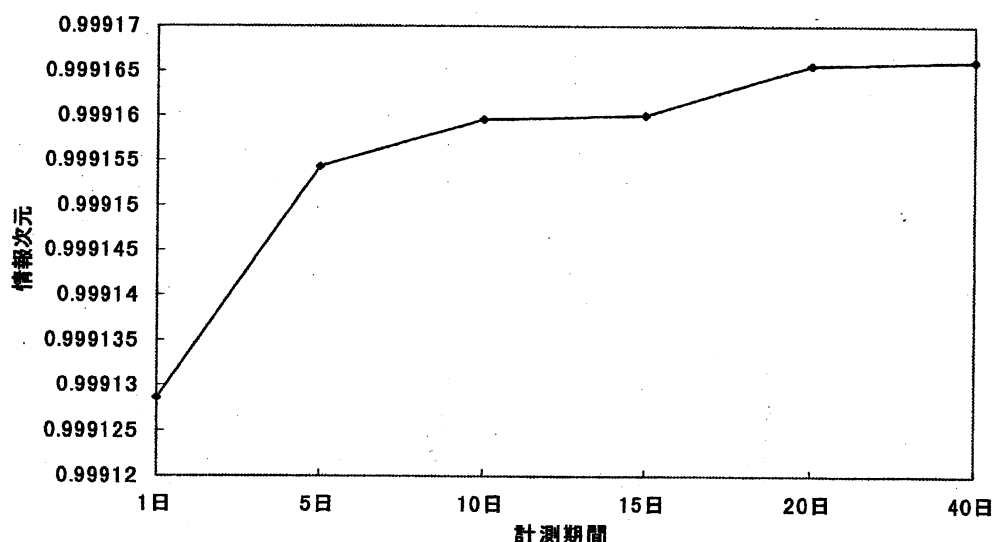


図 5.4 日経 225 の計測期間の違いによる情報次元の変化

このグラフを見ると、計測期間を長くするにつれて、情報次元の値に増加の

傾向が見られる。すなわち、系列相関の度合いが次第に弱まり、株価変動がランダムに変化していくと考えられる。これは、時間の経過に伴い、過去の株価が現在に及ぼす影響が次第に弱まっていくということであり、ある意味で自然な結果ともいえる。ここで収益率を特定する際の計測期間の違いは、時間に対する一種のスケール変換と考えることができるが、そのスケールの違いによって生じる情報次元の変化は、株価の変動という系列に存在する系列相関のある種の階層構造を示していると考えられ、これはすなわち、その系列のダイナミクスの特徴として捉えることができる[8]。

例えば、数銘柄の株式に対して、系列相関の階層構造の類似性という視点から、その分類を行うことが可能であり、ポートフォリオセクション等のへの応用が考えられている[2]。

5.3 バブル崩壊という現象の特徴付け

図 5.2 において、日経 225 の情報次元の値は、8 年目に急落していた。そこで、その 8 年目の変化のを詳細にみるために、1983 年 1 月から 1988 年 12 月までの累積分布に 1 週間分ずつ標本を加えていったときの各計測期間ごとの 1989 年 1 月から 1990 年 12 月までの情報次元を計算した。その時の情報次元の変化を示しているのが図 5.5 である。

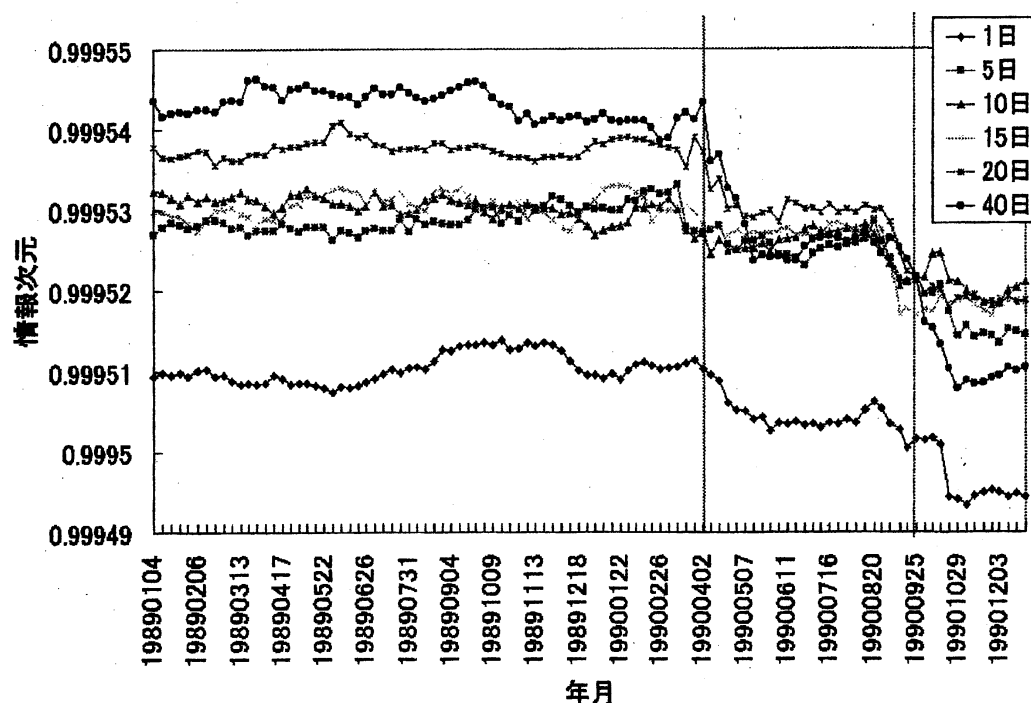


図 5.5 日経 225 の 89 年から 90 年における各計測期間の情報次元の変化

1990 年 3 月頃と 9 月頃を境にして、情報次元の低下が見られ、時系列相関

の階層構造の有り様が大きく変化しているのが見てとれる。情報次元の低下は何らかのトレンドの発生を意味し、また、系列相関の階層構造の様子にも変化が見られることから、この時期、価格変動のダイナミクスに何らかの変化が生じていると考えられる。実際の価格変化を調べてみると、情報次元が低下していた、それぞれの時期は、バブル崩壊期の最初の大きな価格下落、および、同年における 2 回目の価格下落の時期に対応する。すなわち、バブル崩壊という現象が、その価格変動のダイナミクスに何らかの変化を引き起こしている、あるいは、逆に価格変動のダイナミクスの変化によって、バブル崩壊という現象が引き起こされたと見る事ができるのである。

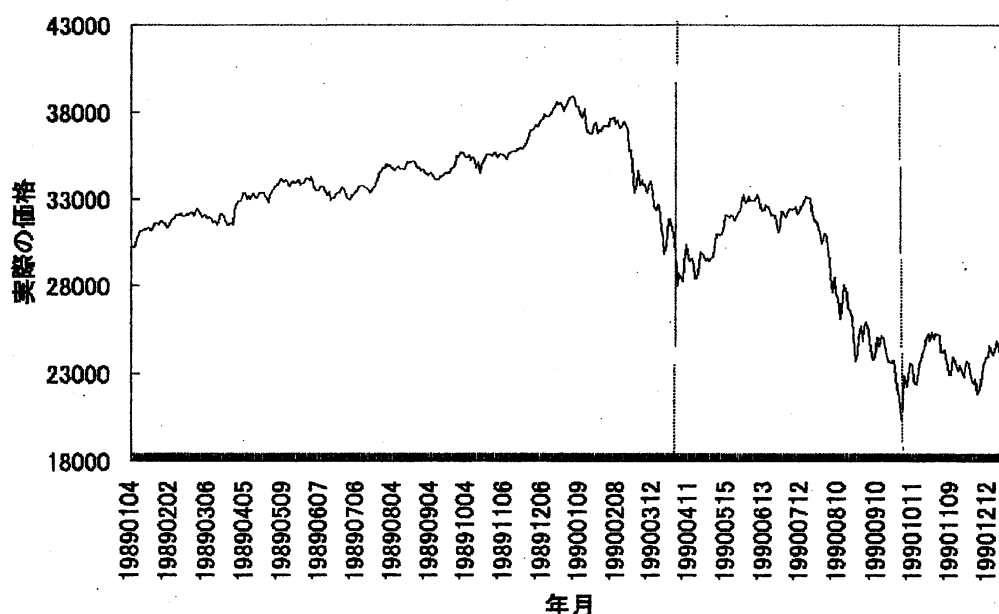
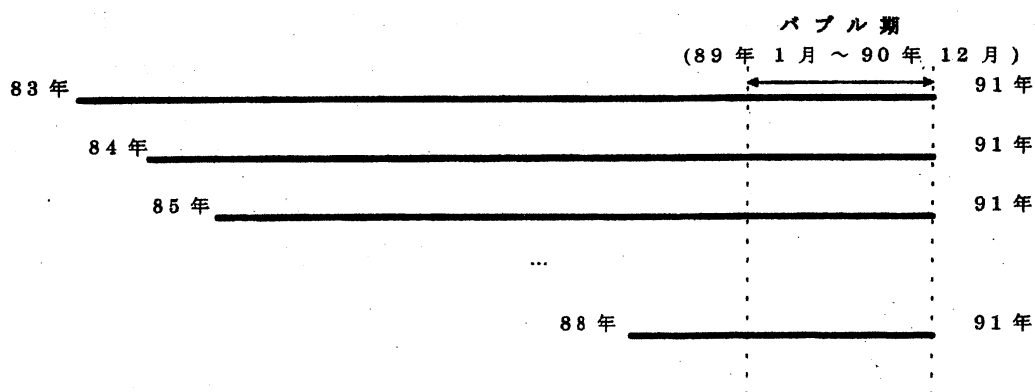


図 5.6 日経 225 の 89 年から 90 年までの実際の価格変化

5.4 期間特性の存在

ここでは、図 5.5 で見られるような日経 225 のバブル崩壊期における特徴的な情報次元の変化は、分布の標本数に依存するのか、90 年のバブル崩壊の特性とみなすことが可能なかを検証してみよう。そのために、いままで、標本数を 83 年から累積して情報次元の変化を見ていたものを、累積させるスタートする年度を 83 年からではなく、84 年、85 年、…、88 年とその分布の標本数を少なくしていった時のそれぞれの情報次元の変化を調べる。図 5.5 と同様に一週間単位で標本数を増加させたときの 89 年から 90 年における情報次元の変化が図 5.6(1)～(6)である。



スタート年度を変化させたときの 89 年 1 月 ~ 90 年 12 月の様子

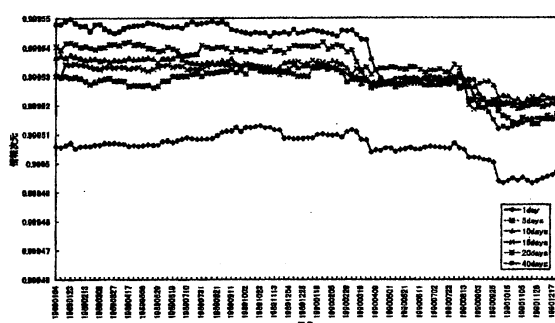


図 5.6(1) 84 年スタート

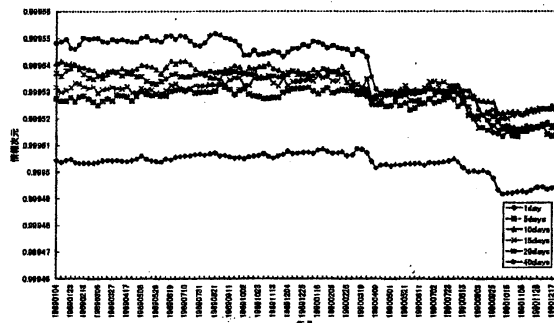


図 5.6(2) 85 年スタート

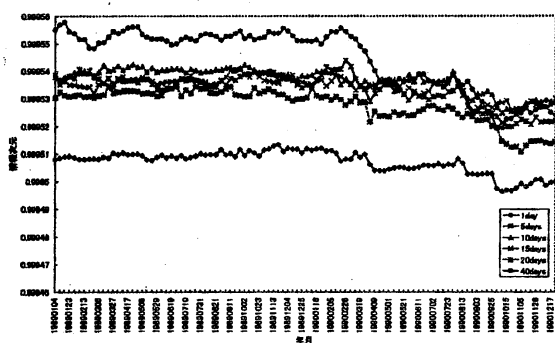


図 5.6(3) 86 年スタート

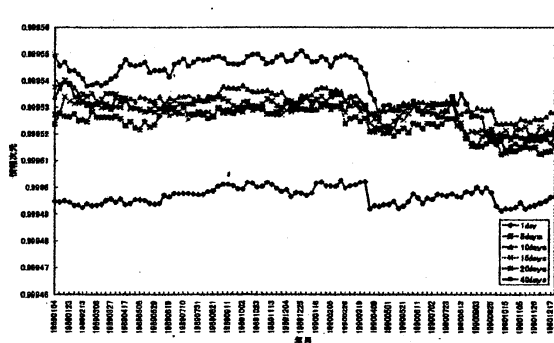


図 5.6(5) 87 年スタート

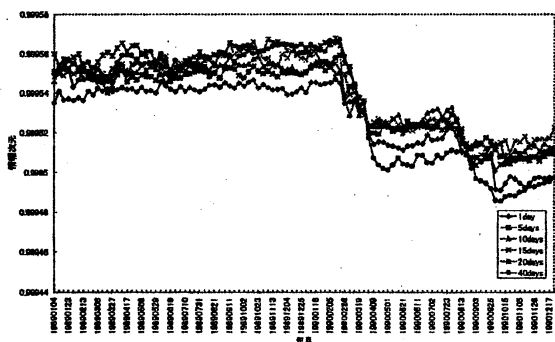


図 5.6(5) 88 年スタート

いづれの年度スタートの分布に対しても、90年3月、9月における情報次元の低下とそれに伴う階層構造の変化の様子が見て取れる。このことから、標本数に大きく依存することなく、その年度において株価の変動に何らかのダイナミクスの変化が生じていれば、その様子を情報次元の低下とそれに伴う階層構造の変化というパターンで、その期間の期間特性として捉えられることが分かる。よって、図5.5においても、バブル崩壊期に於ける株価系列のダイナミクスの変化が、情報次元によって特徴付けられていると結論されよう。

5.5 ダイナミクスの変遷

この節では、より長期のレンジにわたる株価変動の様子を、情報次元を用いて詳しく説明する。図5.7は、図5.5のバブル期の特徴付けと同様に週単位で標本数を増加させていったときの、日経225の1986年1月から1995年12月までの情報次元の変化の様子である。

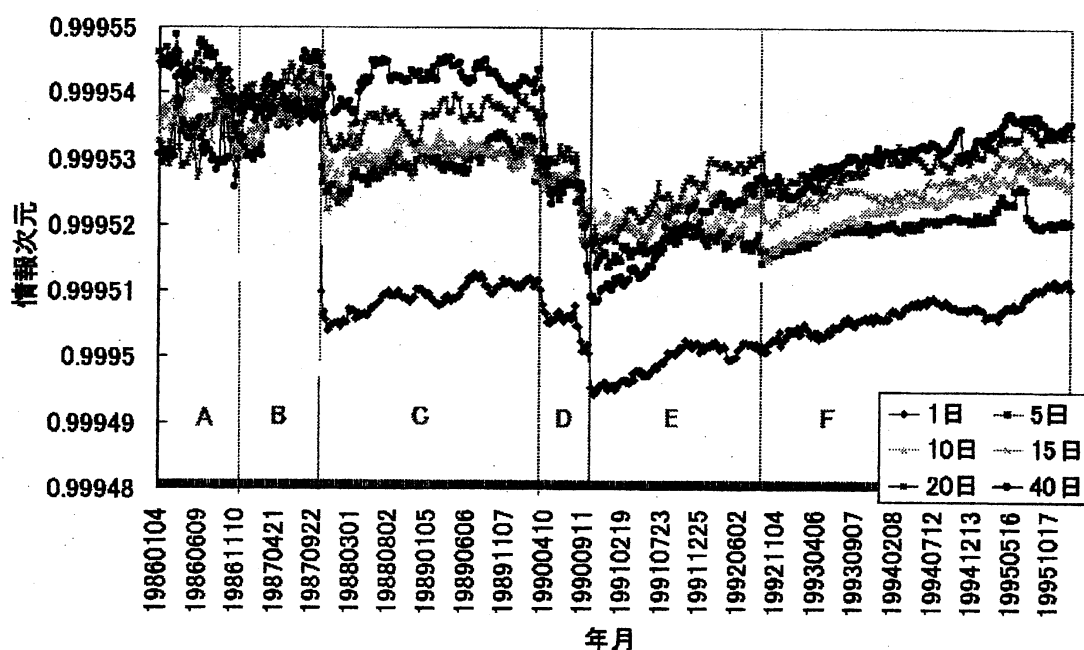


図 5.7 データを週単位で増加させていったときの各計

いづれの年度スタートの分布に対しても、90年3月、9月における情報次元の低下とそれに伴う階層構造の変化の様子が見て取れる。このことから、標本数に大きく依存することなく、その年度において株価の変動に何らかのダイナミクスの変化が生じていれば、その様子を情報次元の低下とそれに伴う階層構造の変化というパターンで、その期間の期間特性として捉えられることが分かる。よって、図5.5においても、バブル崩壊期に於ける株価系列のダイナミクスの変化が、情報次元によって特徴付けられていると結論されよう。

5.5 ダイナミクスの変遷

この節では、より長期のレンジにわたる株価変動の様子を、情報次元を用いて詳しく説明する。図5.7は、図5.5のバブル期の特徴付けと同様に週単位で標本数をを増加させていったときの、日経225の1986年1月から1995年12月までの情報次元の変化の様子である。

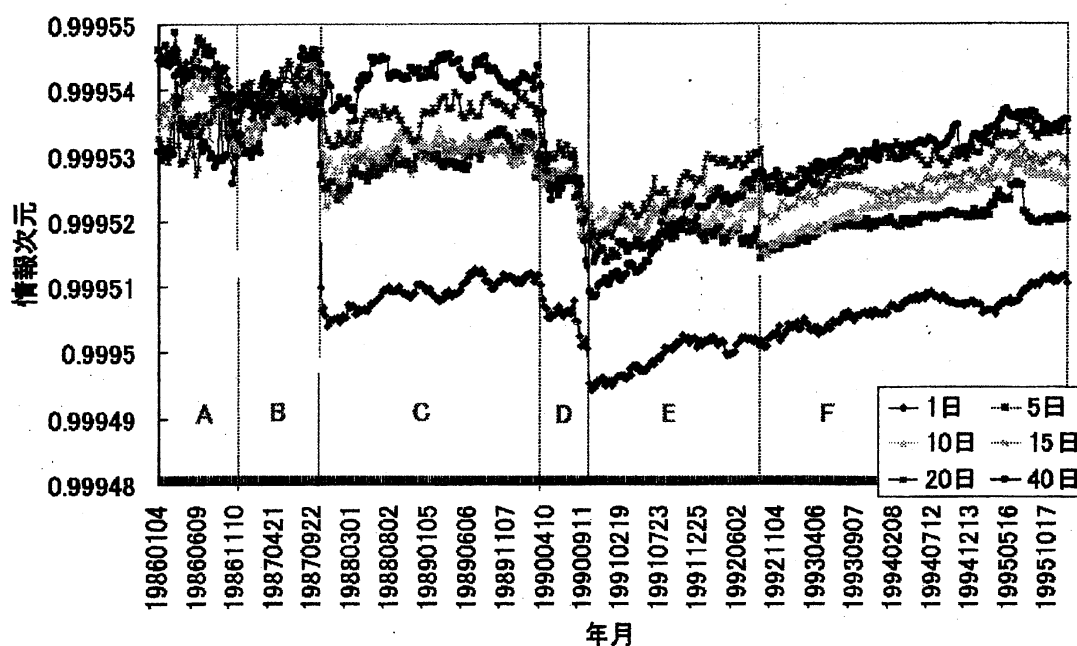


図 5.7 データを週単位で増加させていったときの各計測期間の情報次元の変化

情報次元の低下とそれに伴う階層構造の変化という視点から、価格の変動プロセスを以下の六つの期間に分けることが可能である。

A…86年1月4日から86年9月16日まで

B…86年9月16日から87年11月9日まで

- C…87年11月9日から90年3月26日まで
 D…90年3月26日から90年9月3日まで
 E…90年9月3日から92年10月19日まで
 F…92年10月19日から95年12月25日まで

90年におけるバブル崩壊による特徴的な情報次元の変化は、この区間分けによると、Dの期間に当たる。

それでは、上の区間分けに対応する実際の価格変化はどのようなものであろうか。図5.8はそのときの実際の価格変化を表したものである。

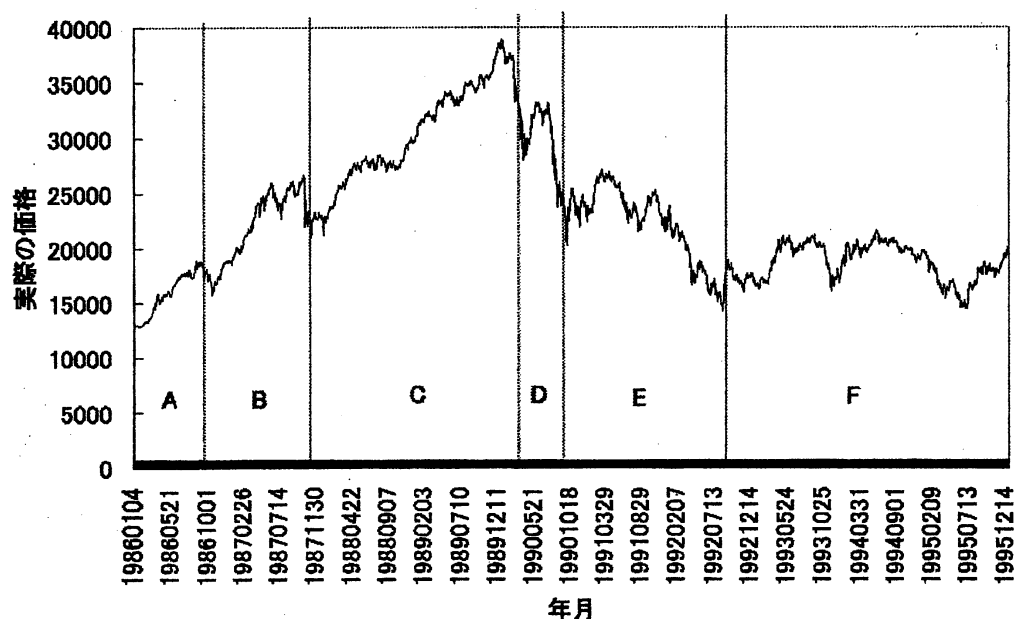


図 5.8 上記区間ごとの実際の価格変化

期間 A は、いわゆるバブル前の比較的安定に価格が変動していた時期に対応するが、この時、情報次元の値は非常に高い値を取っている（特に日次の情報次元）。よって、情報量の観点からしても、A の区間は 6 つの区間の中で最も安定していた（よりランダムな）状態にあったと考えることができる。次に区間 B に入る段階で、特に日次の情報次元に低下が生じ、よって、情報次元の階層構造もそれに伴い変化している。これは、何等かのダイナミクスの変化を意味するが、実際の価格変化においてもその時期から、価格の上昇トレンドという変動に移行する。さらに、区間 C に移る際に、以前にも増して情報次元の急激な低下が見られ、それとともに情報次元のオーダリングがはっきりした階層構造に変化する。実際の価格変化においては、一度価格が下落した後に、この時期からバブルという稀に見る上昇トレンドの価格変動が始まるのである。また、区間 C の情報次元の変化は増加というよりは平行に推移していることから、この時期の価格の上昇は、バブルというダイナミ

クスを維持し続けた結果と見ることもできる。そして、90年に入り、ついにバブルが崩壊する。この様子は、区間Dにおける情報次元の低下と階層構造の変化で特徴付けられている。この時期を境に、実際の価格変動はバブルが崩壊した後の下降トレンドに変化する。さらに、その後、情報次元が再度急落して、一度価格が大きく下落した後に、価格はなだらかな下落をたどることになる。この変化は区間E, Fに相当する。この区間では、情報次元がゆるやかながら上昇していることから、価格の変動はより安定な変動に向かって推移していったと考えられる。

以上、情報次元によって表される系列相関の階層構造の変化という視点から、ダイナミクスの変遷という形で、実際の価格変動の様子を説明することが可能である。

6. まとめ

情報ファイナンスという情報量を用いた経済現象の解析の一つとして、今回、日本の市場動向を示すといわれている日経225に対して、状態のフラクタル次元(情報次元)という情報量を用いて解析を行った。その結果は以下のようにまとめられる。

1. 実際の株価変動はランダムウォークに従っているのではなく、株価の系列には何らかの相関が存在することが定量的に解析することができる。
2. 収益率を特定する際に計測期間の変化に伴い、情報次元の様子が変化していくが、これは各計測期間ごとの系列における系列相関の度合いを定量的に示しているためと考えられる。そして、系列相関の現われ方にはある種の階層構造が存在しており、こうした階層構造がその系列のダイナミクスの特徴を表していると考えられる。
3. 標本数に大きく依存することなく、その年度において株価の変動に何らかのダイナミクスの変化が生じていれば、その様子を情報次元の低下とそれに伴う階層構造の変化というパターンで、その期間の期間特性として捉えることができる。さらに、そのような視点からバブル崩壊やさらには長期間にわたるダイナミクスの変遷という形で、実際の価格変動の様子を説明することが可能である。

参考文献

- [1] R.S. Ingardenz, A. Kossakowski and M. Ohya; "Information Dynamics and Open Systems", Kluwer (1997).
- [2] 磯貝明文, 松岡隆志 "状態のフラクタル次元による銘柄分類とその分類の利用可能性について", Frontier of Financial Technology, pp.311-329 (1998).

- [3]K.Inoue, T.Matsuoka & M.Ohya "Calculation for ε -entropy of a state in discrete system" in preparation.
- [4]A.N.Kolmogorov, V.M.Tihomirov, " ε -entropy and ε -capacity of sets in function space", Amer. Math. Soc. Translation, Ser.2, no.17, pp.277-364(1961).
- [5]兒澤秀幸, 松岡隆志, 大矢雅則; "状態のフラクタル次元による株価変動解析 - 効率的市場仮説に対する情報力学的検証の試み - ", 「第 20 回情報理論とその応用シンポジウム」 Proceedings, pp.301-304(1997).
- [6]B.B.Mandelbrot "The Fractal geometry of nature" , W.H.Freemann and company, San Francisco (1982)
- [7]T.Matsuoka & M. Ohya, "Fractal dimensions of states and its application to shape analysis problem", Chubu Forum for Mathematical Sciences, 4, pp.15-26 (1998).
- [8]T.Matsuoka & M. Ohya, "Measurement of time serial correlation in stock price movement by using fractal dimension of a state", SUT preprint.
- [9]M. Ohya, Some aspects of quantum information theory and their applications to irreversible processes, Rep. Math. Phys. 27, 19(1989).
- [10]M. Ohya "Fractal dimension of states", in Quantum Probability and Related Topics VI, pp.359-369 (1991).
- [11]Edgar E. Peters "Chaos and Order in the Capital Markets", John Wiley & Sons, New York (1991).